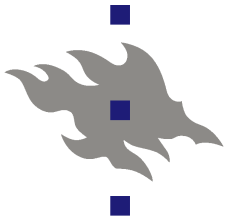


HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI



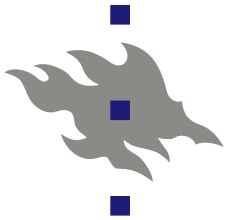
Binäärihaku

Algoritmit ongelmanratkaisussa,
kevät 2018



Lähtökohta

- taulukossa on n alkiota
- on kohta k, joka jakaa taulukon kahteen osaan:
  - alkioilla $0, 1, \ldots, k$ on ominaisuus X
  - alkioilla $k+1, k+2, \ldots, n-1$ ei ole ominaisuutta X
- haluamme löytää tehokkaasti kohdan k

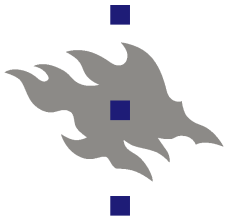


Lähtökohta

- esimerkki: X = ”alkio on enintään 5”
- taulukko:

0	1	2	3	4	5	6	7
1	2	2	5	6	8	8	9

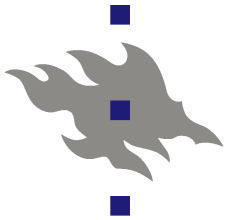
- tässä taulukossa $k = 3$, koska X pätee kohdissa $0 \ldots 3$ ja ei päde kohdissa $4 \ldots 7$



Peräkkäishaku

```
for (int i = 0; i < n; i++) {
    if (ok(i)) k = i;
    else break;
}
```

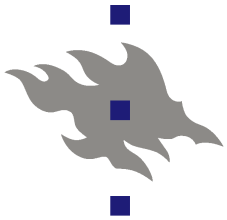
- funktio `ok`(*i*) kertoo, onko ominaisuus *X* voimassa kohdassa *i*
- haku vie aikaa *O*(*n*)



Binäärihaku

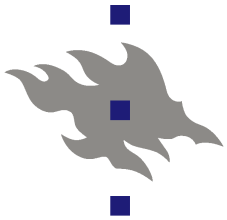
```
int k = 0;
for (int b = n; b >= 1; b /= 2) {
   while (k+b < n && ok(k+b)) k += b;
}
```

- ideana hyppiä taulukossa eteenpäin
- hypyn pituus on ensin n, sitten $n/2$, sitten $n/4$, jne., kunnes lopulta pituus on 1
- haku vie aikaa $O(\log n)$



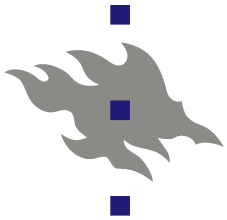
Taulukosta funktioon

- idea: meillä ei ole pakko olla taulukkoa, vaan riittää funktio, joka antaa arvoja
- ominaisuus X pätee arvoille $f(x)$ kun $x \leq k$ ja ei päde arvoille $f(x)$ kun $x > k$
- voimme etsiä pienimmän tai suurimman kohdan, missä jokin asia pätee tai ei päde



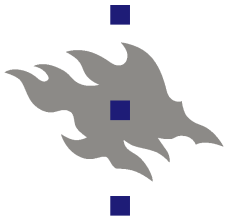
Esimerkki: Tehdas

- tehtaassa on n konetta, jotka on numeroitu $1, 2, \ldots, n$
- kone i pystyy valmistamaan k_i sekunnissa yhden tuotteen
- jokainen kone valmistaa samaa tuotetta
- tavoitteena on valmistaa yhteensä t tuotetta
- mikä on pienin mahdollinen tarvittava yhteisaika?



Esimerkki: Tehdas

- esimerkki: koneita on 3, ajat ovat $[3, 2, 5]$ ja haluamme valmistaa 7 tuotetta
- pienin mahdollinen aika on 8 sekuntia
- voimme noudattaa seuraavaa aikataulua:
  - kone 1 käynnistetään hetkinä 0 ja 3
  - kone 2 käynnistetään hetkinä 0, 2, 4 ja 6
  - kone 3 käynnistetään hetkenä 0
- vastaus on 8, koska kone 2 saa viimeisen tuotteen valmiiksi hetkellä 8



Esimerkki: Tehdas

- voimme hyödyntää binäärihakua tehtävän ratkaisussa
- tässä ominaisuus X: aika ei riitä valmistamaan kaikkia tuotteita
- jos löydämme viimeisen hetken k, jossa X pätee, vastaus tehtävään on $k + 1$
- tietyllä hetkellä on tehokasta tarkastaa, voimmeko tuottaa riittävästi tuotteita koneilla